professor Jamur .com.br

Matemática & Raciocínio Lógico

para concursos

Prof. Me. Jamur Silveira

www.professorjamur.com.br

facebook: Professor Jamur

PROBABILIDADE

No estudo das probabilidades estamos interessados em estudar o experimento aleatório, isto é, aquele cujo resultado é incerto, embora o conjunto de resultados possíveis seja conhecido.

Por exemplo, lançar um dado ou uma moeda e observar o resultado obtido constituem um experimento aleatório. Da mesma forma, sortear uma bola de um conjunto de bolas numeradas de 1 a 100 também é um experimento aleatório.

Em termos gerais, a probabilidade determina a possibilidade de ocorrer um determinado resultado.

Espaço Amostral (Ω)

É o conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório.

Exemplos:

Lançamento de uma moeda: $\Omega = \{c, k\}$ sendo c = cara e k = coroa

Lançamento de duas moedas: $\Omega = \{ c\,c,\ c\,k,\ k\,c,\ k\,k \}$

Lançamento de um dado: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$

Retirada de uma carta do baralho:

Ω = { A 2 3 4 5 6 7 8 9 10 J Q K (♦)
A 2 3 4 5 6 7 8 9 10 J Q K (♥)
A 2 3 4 5 6 7 8 9 10 J Q K (♠)
A 2 3 4 5 6 7 8 9 10 J Q K (♣) }

Evento

A cada experimento está associado um resultado obtido, não previsível, chamado evento. Um evento é qualquer subconjunto de um espaço amostral, sendo representados por letras maiúsculas A, B, C, D, etc.

Exemplo:

Lançam-se dois dados. Enumerar o espaço amostral e depois os seguintes eventos:

A: saída de faces iguais

B: saída de faces cuja soma seja igual a 10

C: saída de faces cuja soma seja menor que 2

D: saída de faces cuja soma seja menor que 15

E: saída de faces onde uma face é o dobro da outra

F: saída de faces desiguais

Solução:

O espaço amostral desses eventos (todos os resultados possíveis de serem obtidos no lançamento dos dois dados) está descrito na tabela a seguir:

Tabela 1 – espaço amostral (Ω) no lançamento de dois dados

D_1/D_2	1	2	3	4	5	6
1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
2	2,1	2,2	2,3	,2,4	2,5	2,6
3	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6
4	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6
5	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6
6	6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6

A: saída de faces iguais
B: saída de faces cuja soma seja igual a 10
C: saída de faces cuja soma seja menor que 2
D: saída de faces cuja soma seja menor que 15
E: saída de faces onde uma face é o dobro da outra
F: saída de faces desiguais

Eventos:

A = {(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)}
B = {(4,6), (5,5), (6,4)}
C = { } (evento impossível)
D = Ω (evento certo)
E = {(1,2), (2,4), (3,6), (2,1), (4,2), (6,3)}
F = D - A

Quando o espaço amostral for finito ou infinito enumerável, todo subconjunto poderá ser considerado um evento. Pode-se demonstrar que se Ω contiver n elementos , existirão exatamente 2^n subconjuntos (eventos).

Exemplo:

Considere um espaço amostral finito: $\Omega = \{A, B, C, D\}$. Os subconjuntos do espaço amostral são: {$\varnothing$, A, B, C, D, (A,B},{A,C}, {A,D}, {B,C}, {B,D}, {C,D}, {A,B,C}, (A,B,D}, {A,C,D}, {B,C,D}, {A,B,C,D}. Observa-se que $2^4 = 16$ é o número de total de eventos extraídos de Ω.

Probabilidade de um evento

Considere as seguintes situações:

No lançamento de um dado qual a probabilidade de sair a face “3”?

Ω = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

A = { 3 } ➔ A é um evento simples. Então, a probabilidade de sair a face “3” é de 1 para 6 ou de 1/ 6 ou ainda 16,66...%

Para cada um dos outros números do Ω, a probabilidade é a mesma: 1/6

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$$

Sendo n(Ω) o número de elementos do espaço amostral e n(A) o número de elementos do evento A ⊂ Ω. A probabilidade deve assumir um valor entre 0 e 1, como número decimal, fração ou porcentagem:

$0 \leq P(A) \leq 1$ para todo evento A, $A \subset \Omega$.

Exemplo: No lançamento de um dado, determinar a probabilidade de se obter:

a) o número 2

b) um número par

c) um número múltiplo de 3

Solução:

a) $\Omega = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$, portanto $n(\Omega) = 6$

ocorrência do número 2: $A = \{ 2 \}$, portanto $n(A) = 1$

$P(A) = n(A) / n(\Omega) = 1/ 6 = 0{,}1666... = 16{,}66...\%$

b) ocorrência do número par: $B = \{2, 4, 6\}$, portanto $n(B) = 3$

$P(B) = n(B) / n(\Omega) = 3/ 6 = 1 / 2 = 0{,}50 = 50\%$

c) ocorrência de número múltiplo de 3: $C = \{3, 6\}$, logo $n(C) = 2$

$P(C) = n(C) / n(\Omega) = 2 / 6 = 1 / 3 = 0{,}333 = 33{,}33\%$

Extrações com reposição e sem reposição

Muitas situações práticas podem ser comparadas com extrações sucessivas de bolas de uma urna (como selecionar peças de uma produção ou indivíduos de uma população). Essas extrações podem ser realizadas com reposição ou sem reposição:

- **com reposição:** cada bola retirada é devolvida à urna antes da extração da bola seguinte.

- **sem reposição:** uma bola retirada não é devolvida à urna.

Exemplo: De um baralho de 52 cartas tiram-se sucessivamente, **sem reposição**, duas cartas.

Determinar:

a) a probabilidade de tirar dama na primeira carta

b) a probabilidade de tirar dama na segunda carta

Solução:

número de cartas do baralho na 1ª extração: $n(\Omega) = 52$

número de damas no baralho na 1ª extração: $n(Q) = 4$

$$P(D_1) = \frac{n(Q)}{n(\Omega)} = \frac{4}{52}$$

número de cartas do baralho na 2ª extração: $n(\Omega) = 51$

número de damas no baralho na 2ª extração: $n(Q) = 3$

$$P(D_2) = \frac{n(Q)}{n(\Omega)} = \frac{3}{51}$$

Idem exemplo anterior, mas agora, **com reposição**.

Solução:

número de cartas do baralho na 1ª extração: $n(\Omega) = 52$

número de damas no baralho na 1ª extração: $n(Q) = 4$

$P(D_1) = \dfrac{n(Q)}{n(\Omega)} = \dfrac{4}{52}$

número de cartas do baralho na 2ª extração: $n(\Omega) = 52$

número de damas no baralho na 2ª extração: $n(Q) = 4$

$P(D_2) = \dfrac{n(Q)}{n(\Omega)} = \dfrac{4}{52}$

Probabilidade condicional

Sendo conhecido o espaço amostral de um experimento aleatório, suponha que um determinado evento ocorreu. Tal evento pode modificar o cálculo da probabilidade de um segundo evento qualquer? Por outro lado, **podemos ter interesse em calcular a probabilidade de um evento não em relação a todo espaço amostral, mas em relação a um outro conjunto de condições**? O estudo da probabilidade desses eventos chamamos de **probabilidade condicional**.

Exemplo:

A tabela a seguir classifica em categorias os funcionários de um hospital.

Categoria profissional	Até 25 anos	De 26 ate 35 anos	Mais de 35 anos	Total
Médico	5	30	75	**110**
Técnico de Laboratório	20	65	35	**120**
Enfermeiro	200	816	203	**1219**
Técnico em radiologia	4	29	12	**45**
Manutenção	10	35	22	**67**
Terapeuta	6	60	13	**79**
Serviço administrativo	20	85	25	**130**
Total	**265**	**1120**	**385**	**1770**

Se um dos funcionários é escolhido aleatoriamente no conjunto dos 1770 empregados, qual a probabilidade dele ser médico?

Sejam os eventos: B: médico e S: funcionário do hospital.

Então P(B) = $\dfrac{n(B)}{n(S)} = \dfrac{110}{1170} = 0{,}06$

Supondo agora que o conjunto dos funcionários refere-se aqueles com mais de 35 anos de idade, qual a probabilidade de um funcionário escolhido aleatoriamente ser médico?

Agora, trata-se de uma probabilidade condicionada ao conjunto dos funcionários com mais de 35 anos.

Então $P(B \mid A_3) = \dfrac{n(B \cap A_3)}{n(A_3)} = \dfrac{75}{385} \cong 0{,}19$

Conceito clássico de probabilidade condicional

Sejam A e B dois eventos com P(A) > 0. Denomina-se **probabilidade condicional de B, dado que A já ocorreu** do seguinte modo:

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$$

1. Em uma caixa contém 50 bolas de diferentes tamanhos e cores, conforme tabela a seguir.

Achar a probabilidade de ser sorteada uma bola vermelha, quando se sabe que a bola retirada é pequena.

Cor	Grande	Média	Pequena	Total
Azul	3	5	7	15
Branca	5	6	8	19
Vermelha	4	9	3	16
Total	12	20	18	50

$$P(V)=\frac{n(V)}{n(\Omega)}=\frac{16}{50};\qquad P(Pe)=\frac{n(Pe)}{n(\Omega)}=\frac{18}{50};\qquad P(V\cap Pe)=\frac{n(V\cap Pe)}{n(\Omega)}=\frac{3}{50}$$

$$P(V|Pe)=\frac{\frac{3}{50}}{\frac{18}{50}}=\frac{3}{18}=0{,}1667=16{,}67\%$$

2. Considere a tabela a seguir, que relaciona disciplina X sexo de uma faculdade.

Disciplina / Sexo	F	Q	Total
H	40	60	100
M	70	80	150
Total	110	140	250

Um aluno é sorteado ao acaso. Qual a probabilidade de que esteja cursando química, dado que é mulher?

$$.P(Q/M) = \frac{P(Q \cap M)}{P(M)} = \frac{\frac{80}{250}}{\frac{150}{250}} = \frac{80}{150}$$

3. Determinar a probabilidade da jogada de um dado resultar em um número menor que 4, sabendo-se que o resultado é um número ímpar.

Solução:

Seja A: “sair um número menor que 4” e B: “sair um número ímpar”

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B}{P(B)} = \frac{\frac{2}{6}}{\frac{3}{6}} = \frac{2}{3}$$

4. Retira-se uma carta de um baralho de 52 cartas e sabe-se que saiu uma carta de ouros. Achar a probabilidade de que seja um rei.

Solução:

Seja A: “sair uma carta de ouros” e B: “sair um rei”

$$P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{52}}{\frac{13}{52}} = \frac{1}{13}$$

Bom Curso e
conte sempre conosco!!!

Sucesso!!!

www.professorjamur.com.br

Facebook: Professor Jamur